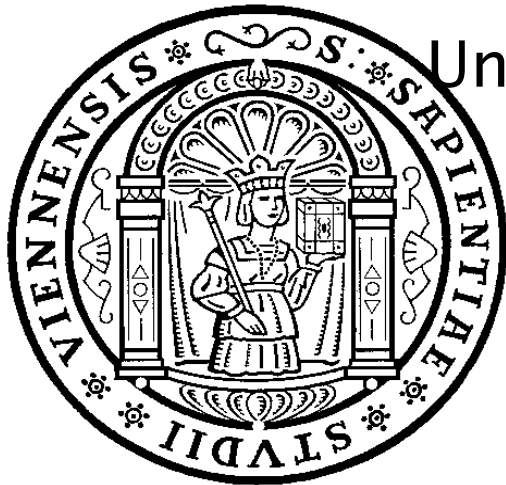


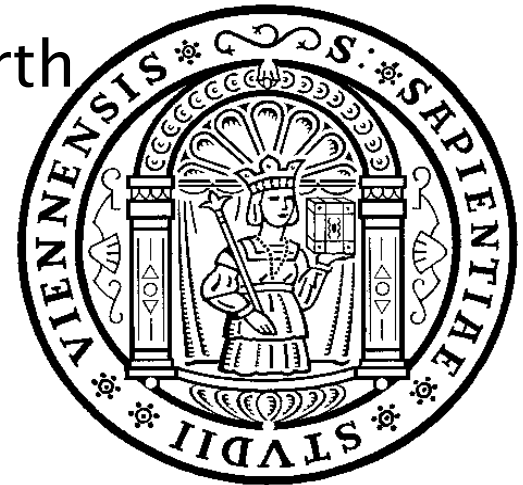
# Wahlhochrechnung und Wählerstromanalyse –

---



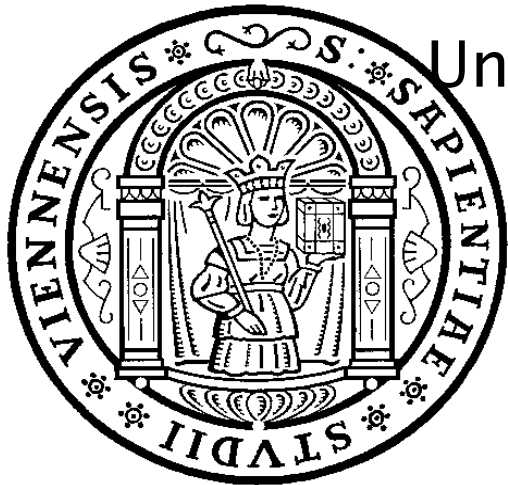
Univ.Prof. Dr. Erich Neuwirth  
Universität Wien

Fachdidaktisches  
Zentrum  
für Informatik



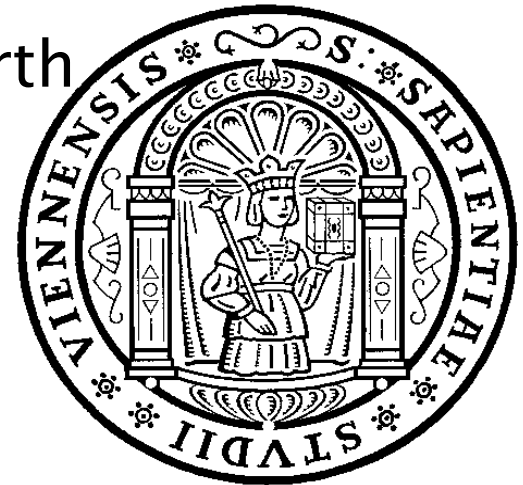
# Wahlhochrechnung und Wählerstromanalyse – wieso kann so etwas überhaupt funktionieren?

---



Univ.Prof. Dr. Erich Neuwirth  
Universität Wien

Fachdidaktisches  
Zentrum  
für Informatik



# Szenarien

---

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

500 Stimmen SPÖ

500 Stimmen ÖVP

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

500 Stimmen SPÖ

500 Stimmen ÖVP

1. Szenario

Kein Wähler wechselt

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

500 Stimmen SPÖ

500 Stimmen ÖVP

1. Szenario

Kein Wähler wechselt

Ergebnis bleibt gleich

# Szenarien

---

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

500 Stimmen SPÖ

500 Stimmen ÖVP

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

500 Stimmen SPÖ

500 Stimmen ÖVP

2. Szenario

Jede Partei verliert 10% ihrer Wähler  
an die andere Partei

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

500 Stimmen SPÖ

500 Stimmen ÖVP

2. Szenario

Jede Partei verliert 10% ihrer Wähler  
an die andere Partei

Ergebnis bleibt gleich

# Szenarien

---

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

500 Stimmen SPÖ

500 Stimmen ÖVP

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

500 Stimmen SPÖ

500 Stimmen ÖVP

3. Szenario

Jede Partei verliert 20% ihrer Wähler  
an die andere Partei

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

500 Stimmen SPÖ

500 Stimmen ÖVP

3. Szenario

Jede Partei verliert 20% ihrer Wähler  
an die andere Partei

Ergebnis bleibt gleich

# Szenarien

---

# Szenarien

---

Verschiedene Wählerströme,  
aber gleiche Ergebnisse,

# Szenarien

---

Verschiedene Wählerströme,  
aber gleiche Ergebnisse,

also kann Wählerstromanalyse nicht  
funktionieren

# Szenarien

---

Verschiedene Wählerströme,  
aber gleiche Ergebnisse,

also kann Wählerstromanalyse nicht  
funktionieren

Das ist falsch, aber warum?

# Szenarien

---

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel  
Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP  
Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

750 Stimmen SPÖ

250 Stimmen ÖVP

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

750 Stimmen SPÖ

250 Stimmen ÖVP

1. Szenario

Kein Wähler wechselt

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

750 Stimmen SPÖ

250 Stimmen ÖVP

1. Szenario

Kein Wähler wechselt

Ergebnis bleibt gleich

# Szenarien

---

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel  
Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP  
Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

750 Stimmen SPÖ

250 Stimmen ÖVP

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

750 Stimmen SPÖ

250 Stimmen ÖVP

2. Szenario

Jede Partei verliert 10% ihrer Wähler  
an die andere Partei

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

750 Stimmen SPÖ

250 Stimmen ÖVP

2. Szenario

Jede Partei verliert 10% ihrer Wähler  
an die andere Partei

SPÖ 700, ÖVP 300

# Szenarien

---

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel  
Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP  
Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

750 Stimmen SPÖ

250 Stimmen ÖVP

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

750 Stimmen SPÖ

250 Stimmen ÖVP

3. Szenario

Jede Partei verliert 20% ihrer Wähler  
an die andere Partei

# Szenarien

---

Vereinfachtes Beispiel

Nur 2 Parteien, SPÖ und ÖVP

Eine Gemeinde mit 1000 Wählern

Bei der Vorwahl

750 Stimmen SPÖ

250 Stimmen ÖVP

3. Szenario

Jede Partei verliert 20% ihrer Wähler  
an die andere Partei

SPÖ 650, ÖVP 350

# Graphische Darstellung

---

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

y-Achse: SPÖ-Anteil bei der neuen Wahl

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

y-Achse: SPÖ-Anteil bei der neuen Wahl

Gemeinden mit 0%, 10%, ... 100% SPÖ-Anteil  
bei der Vorwahl

# Graphische Darstellung

---

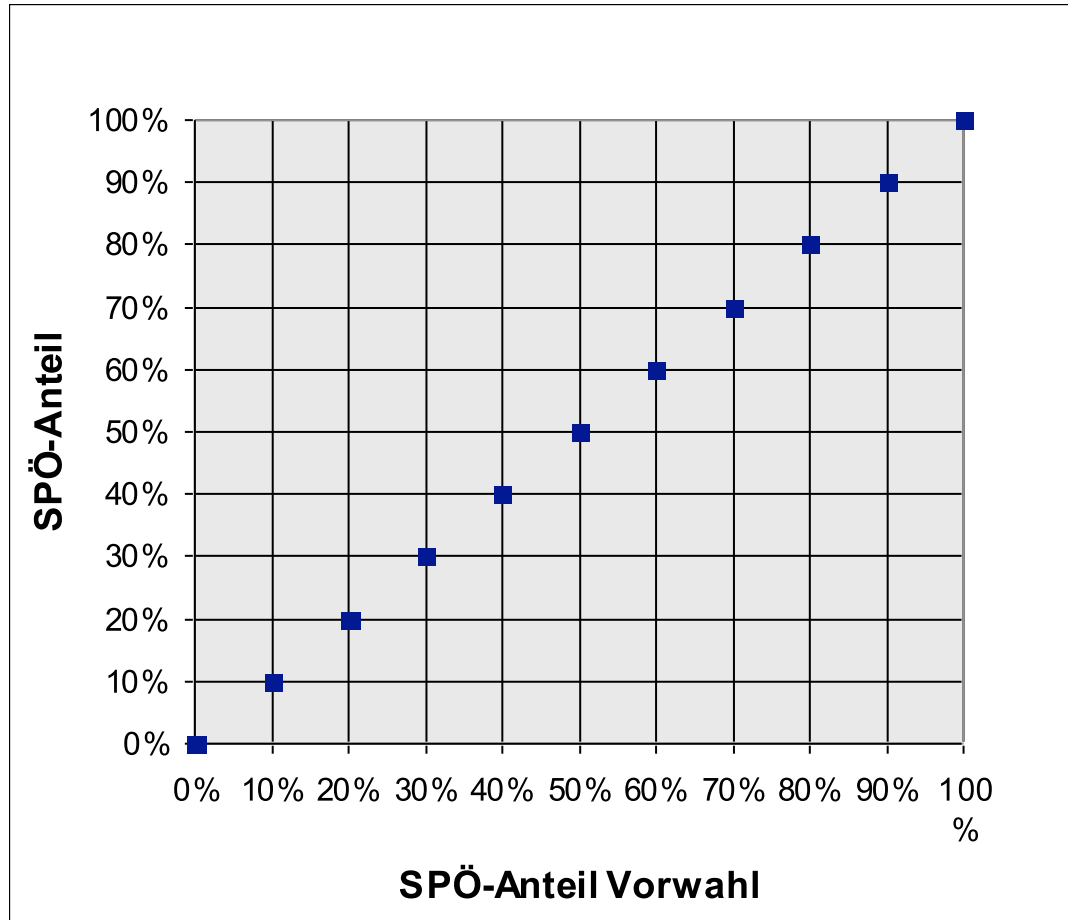
x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

y-Achse: SPÖ-Anteil bei der neuen Wahl

Gemeinden mit 0%, 10%, ... 100% SPÖ-Anteil  
bei der Vorwahl

1. Szenario  
Kein Wähler wechselt

# Graphische Darstellung



# Graphische Darstellung

---

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

y-Achse: SPÖ-Anteil bei der neuen Wahl

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

y-Achse: SPÖ-Anteil bei der neuen Wahl

Gemeinden mit 0%, 10%, ... 100% SPÖ-Anteil  
bei der Vorwahl

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

y-Achse: SPÖ-Anteil bei der neuen Wahl

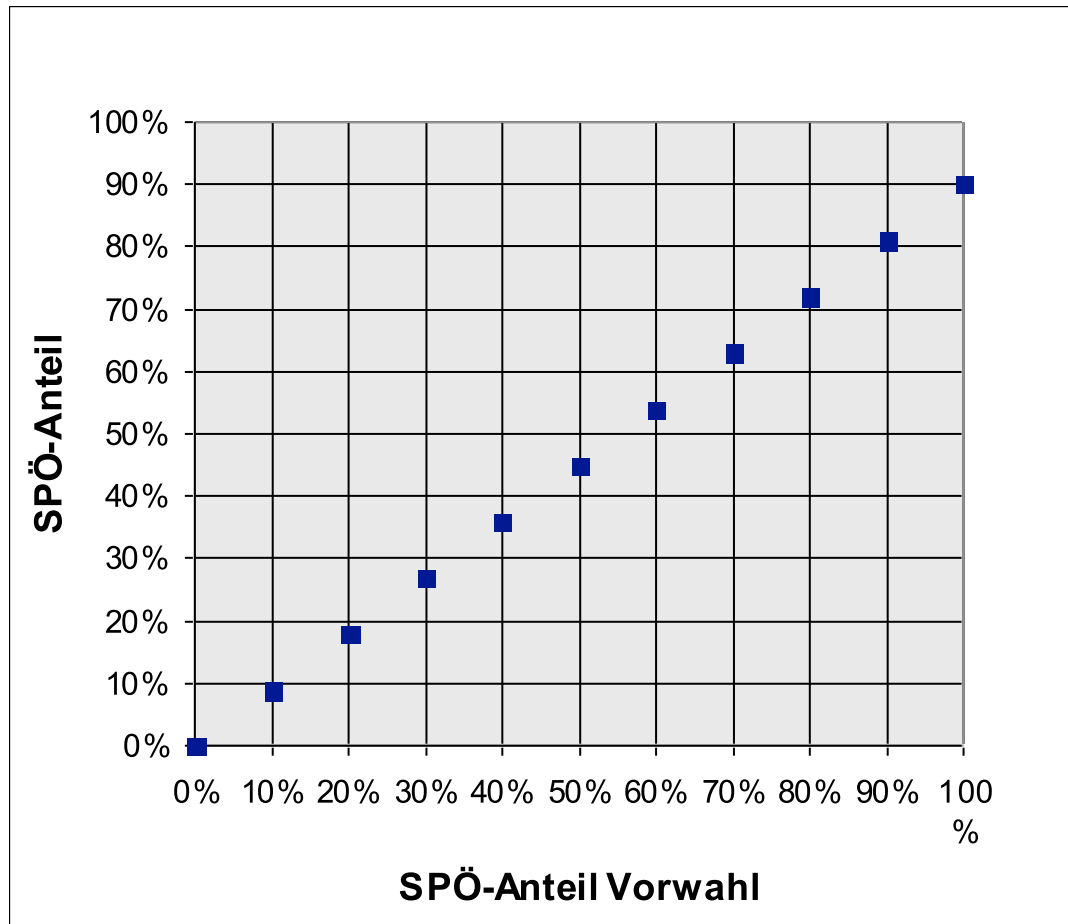
Gemeinden mit 0%, 10%, ... 100% SPÖ-Anteil  
bei der Vorwahl

2. Szenario

SPÖ verliert 10% ihrer Wähler

ÖVP verliert keine Wähler

# Graphische Darstellung



# Graphische Darstellung

---

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

y-Achse: SPÖ-Anteil bei der neuen Wahl

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

y-Achse: SPÖ-Anteil bei der neuen Wahl

Gemeinden mit 0%, 10%, ... 100% SPÖ-Anteil  
bei der Vorwahl

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

y-Achse: SPÖ-Anteil bei der neuen Wahl

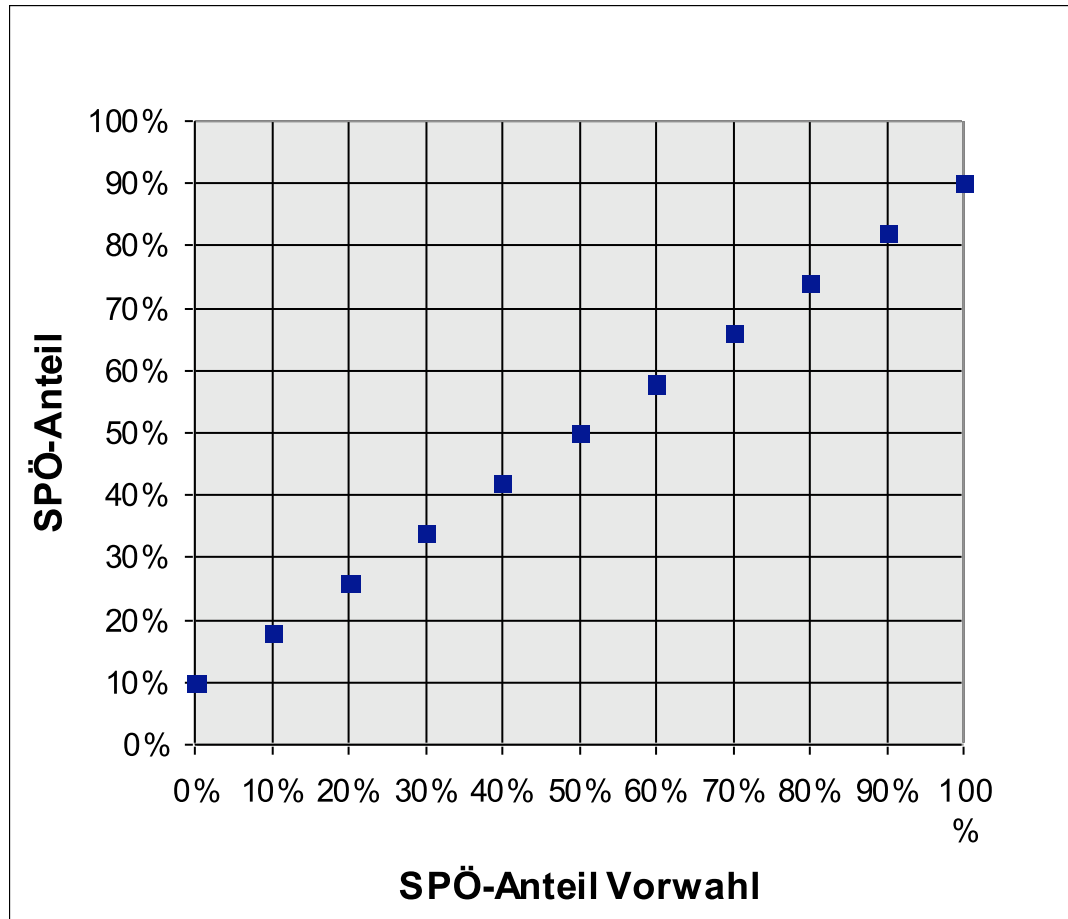
Gemeinden mit 0%, 10%, ... 100% SPÖ-Anteil  
bei der Vorwahl

## 3. Szenario

SPÖ verliert 10% ihrer Wähler

ÖVP verliert 10% ihrer Wähler

# Graphische Darstellung



# Graphische Darstellung

---

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

y-Achse: SPÖ-Anteil bei der neuen Wahl

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

y-Achse: SPÖ-Anteil bei der neuen Wahl

Gemeinden mit 0%, 10%, ... 100% SPÖ-Anteil  
bei der Vorwahl

# Graphische Darstellung

---

x-Achse: SPÖ-Anteil bei der Vorwahl

y-Achse: SPÖ-Anteil bei der neuen Wahl

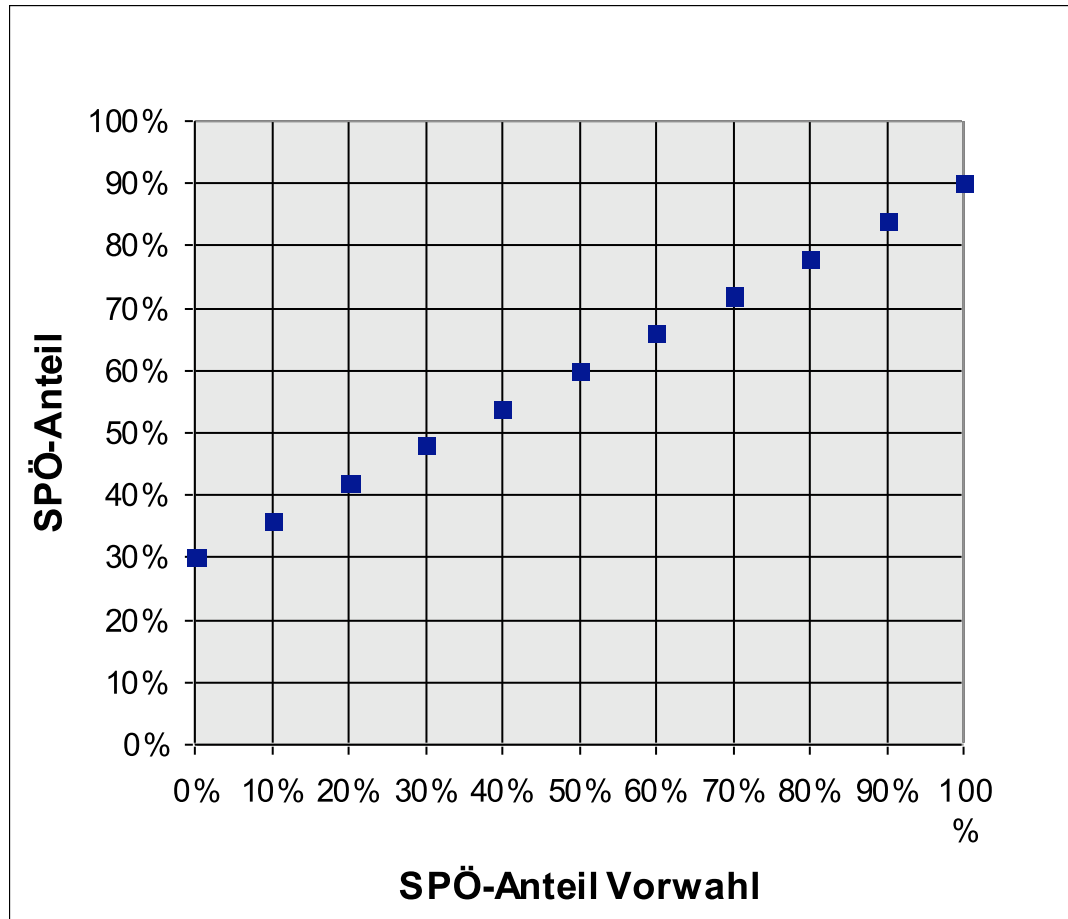
Gemeinden mit 0%, 10%, ... 100% SPÖ-Anteil  
bei der Vorwahl

## 4. Szenario

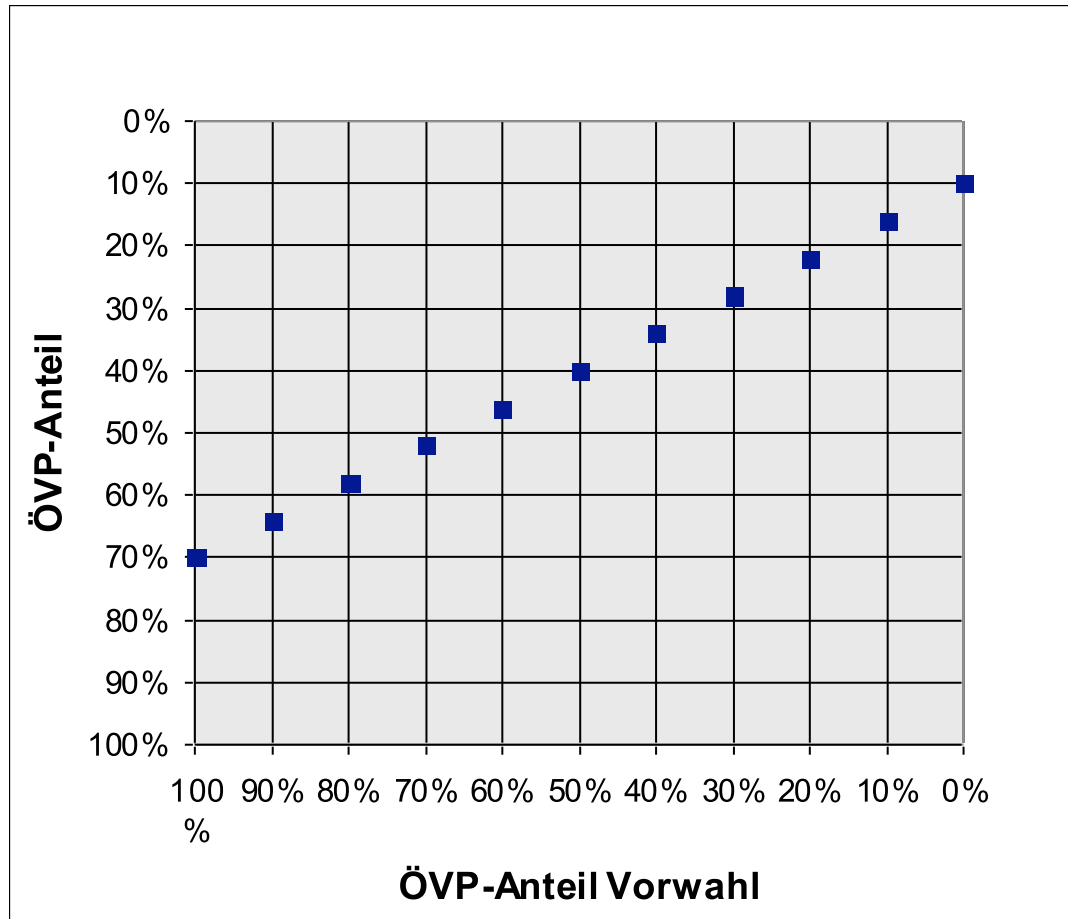
SPÖ verliert 10% ihrer Wähler

ÖVP verliert 30% ihrer Wähler

# Graphische Darstellung



# Graphische Darstellung



# Mathematisches Modell (2 Parteien)

---

# Mathematisches Modell (2 Parteien)

---

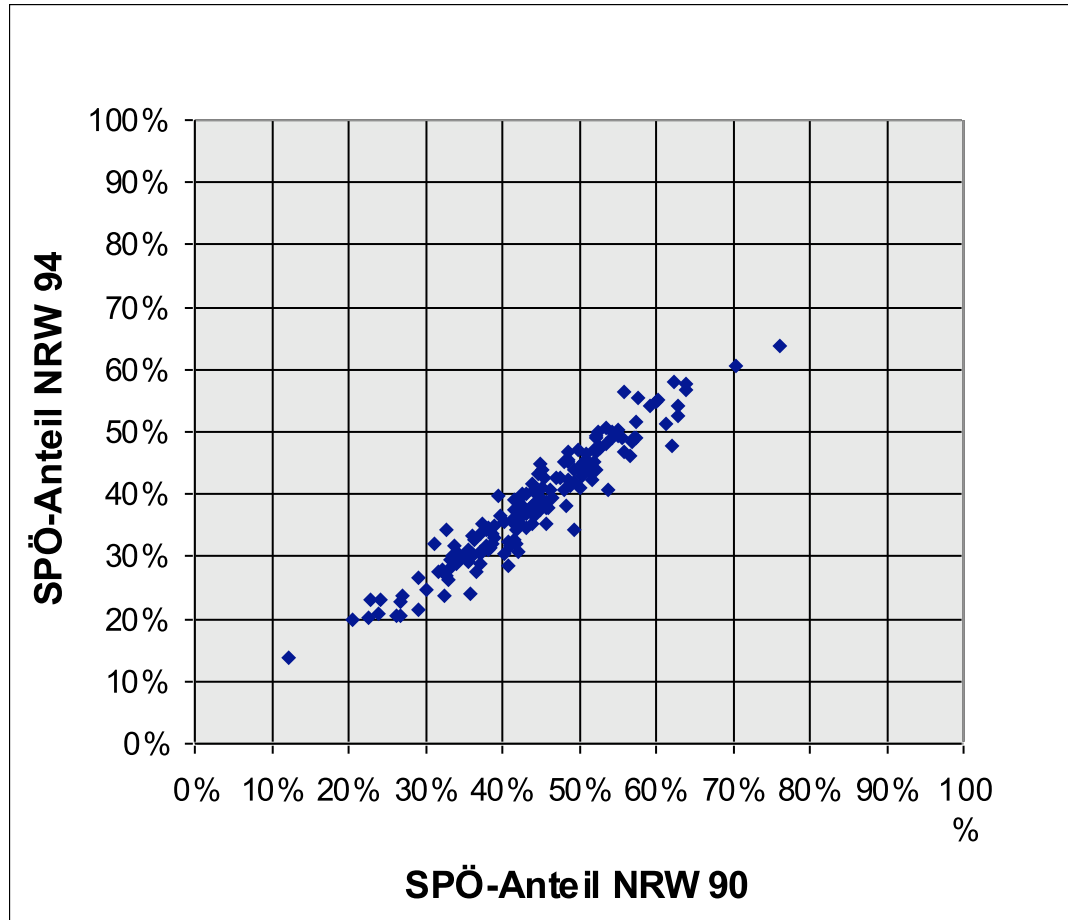
- n Annahme:  
Wählerströme in allen Gemeinden gleich

# Mathematisches Modell (2 Parteien)

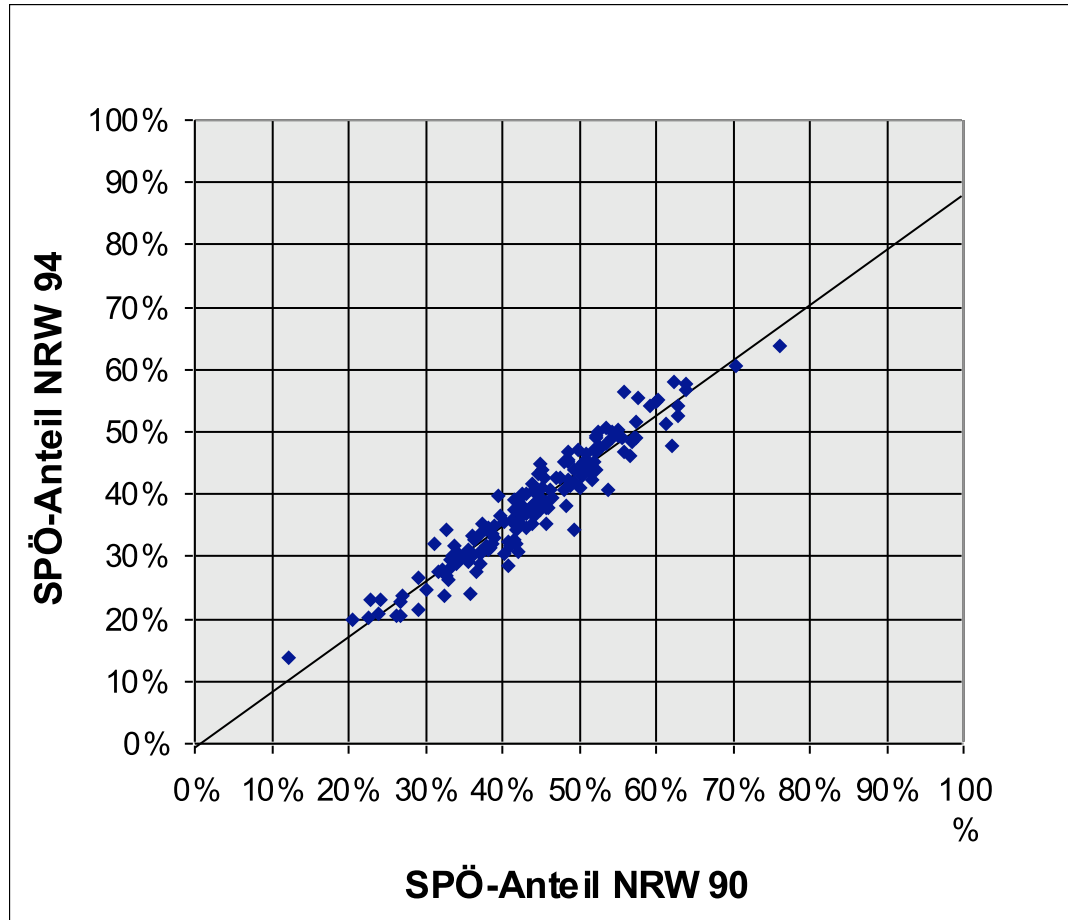
---

- n Annahme:  
Wählerströme in allen Gemeinden gleich
- n Folgerungen:  
Gemeindepunkte auf einer Geraden  
Wählerströme lassen sich in der Graphik  
ablesen  
(an den Achsenabschnitten)

# SPÖ-Anteil im Burgenland



# SPÖ-Anteil im Burgenland



# Mathematisches Modell (mehr als 2 Parteien)

---

# Mathematisches Modell (mehr als 2 Parteien)

---

Verallgemeinerung ist möglich

# Mathematisches Modell (mehr als 2 Parteien)

---

Verallgemeinerung ist möglich

allerdings nur mit Gleichungen,  
nicht als Graphik

# Mathematisches Modell (mehr als 2 Parteien)

---

Verallgemeinerung ist möglich

allerdings nur mit Gleichungen,  
nicht als Graphik

Grundannahme:

Die Wählerströme in den  
Untersuchungsgebieten (Bundesländern)  
sind annähernd gleich

# Beispiel

---

# Beispiel

---

Fiktive Gemeinde  
1000 Wähler

# Beispiel

---

Fiktive Gemeinde  
1000 Wähler

# Beispiel

---

SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
450	350	150	50

# Beispiel

---

Fiktive Gemeinde  
1000 Wähler

Vorwahl

SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
450	350	150	50

# Beispiel

SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
450	350	150	50

	SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
SPÖ	88	6	4	2
ÖVP	10	70	16	4
FPÖ	2	4	80	14
NW	6	0	14	80

# Beispiel

Fiktive Gemeinde  
1000 Wähler

Vorwahl

SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
450	350	150	50

Wählerströme in Prozent

	SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
SPÖ	88	6	4	2
ÖVP	10	70	16	4
FPÖ	2	4	80	14
NW	6	0	14	80

# Beispiel

SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
450	350	150	50

	SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
SPÖ	88	6	4	2
ÖVP	10	70	16	4
FPÖ	2	4	80	14
NW	6	0	14	80

# Beispiel

Vorwahl

SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
450	350	150	50

Wählerströme in Prozent

	SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
SPÖ	88	6	4	2
ÖVP	10	70	16	4
FPÖ	2	4	80	14
NW	6	0	14	80

# Beispiel

SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
450	350	150	50

	SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
SPÖ	88	6	4	2
ÖVP	10	70	16	4
FPÖ	2	4	80	14
NW	6	0	14	80

# Beispiel

Vorwahl

SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
450	350	150	50

Wählerströme in Prozent

	SPÖ	ÖVP	FPÖ	NW
SPÖ	88	6	4	2
ÖVP	10	70	16	4
FPÖ	2	4	80	14
NW	6	0	14	80

Dann hat die SPÖ bei der neuen Wahl:

$$0.88*450+0.10*350+0.02*150+0.06*50 = 437 \text{ Stimmen}$$

# Statistisches Modell

$x_i^{(g)}$  Anteil der Partei i bei der Vorwahl  
(in Gemeinde g)

$y_j^{(g)}$  Anteil der Partei j bei der neuen Wahl  
(in Gemeinde g)

$p_{ij}$  Wählerstrom von Partei i zur Partei j  
(in allen Gemeinden)

Dann gelten folgende Gleichungen:

$$y_j^{(g)} = \sum_i p_{ij} x_i^{(g)}$$

# Mathematisches Modell

---

Dieses Gleichungssystem muß man  
näherungsweise lösen

# Mathematisches Modell

---

Dieses Gleichungssystem muß man näherungsweise lösen

$$\sum_j \sum_g (y_j^{(g)} - \sum_i p_{ij} x_i^{(g)})^2$$

$$p_{ij} \geq 0 \quad \text{für alle } i \text{ und } j$$

$$\sum_i p_{ij} = 1 \quad \text{für alle } i$$

# Mathematisches Modell

Dieses Gleichungssystem muß man näherungsweise lösen

$$\sum_j \sum_g (y_j^{(g)} - \sum_i p_{ij} x_i^{(g)})^2$$

$$p_{ij} \geq 0 \quad \text{für alle } i \text{ und } j$$

$$\sum_i p_{ij} = 1 \quad \text{für alle } i$$

$r_i$  Anteil Partei  $i$  im gesamten Wahlgebiet (alte Wahl)

$s_j$  Anteil Partei  $i$  im gesamten Wahlgebiet (neue Wahl)

$$\sum_i p_{ij} r_i = s_j \quad \text{für alle } j$$

# Mathematisches Modell

Dieses Gleichungssystem muß man näherungsweise lösen

$$\sum_j n^{(g)} \sum_g (y_j^{(g)} - \sum_i p_{ij} x_i^{(g)})^2$$

$n^{(g)}$  Wahlberechtigte in Gemeinde  $g$

$$p_{ij} \geq 0 \quad \text{für alle } i \text{ und } j$$

$$\sum_i p_{ij} = 1 \quad \text{für alle } i$$

$r_i$  Anteil Partei  $i$  im gesamten Wahlgebiet (alte Wahl)

$s_j$  Anteil Partei  $i$  im gesamten Wahlgebiet (neue Wahl)

$$\sum_i p_{ij} r_i = s_j \quad \text{für alle } j$$

# Wahlhochrechnung

---

Bestimmt die Wählerströme

$$P_{ij}$$

im ausgezählten Gebiet  
und errechnet mit dem alten Ergebnis

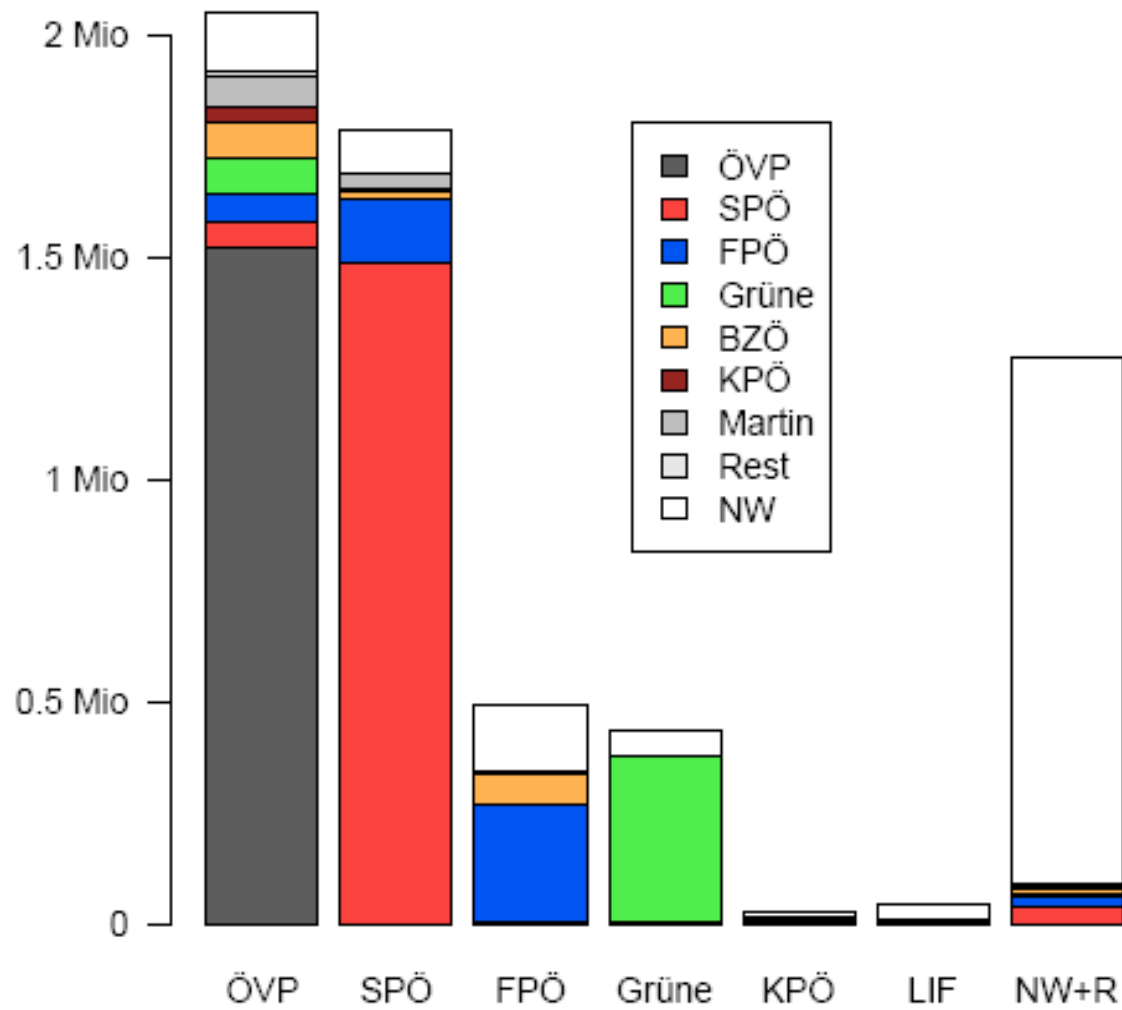
$$x_i^{(g)}$$

ein geschätztes neues Ergebnis  
im noch nicht ausgezählten Gebiet

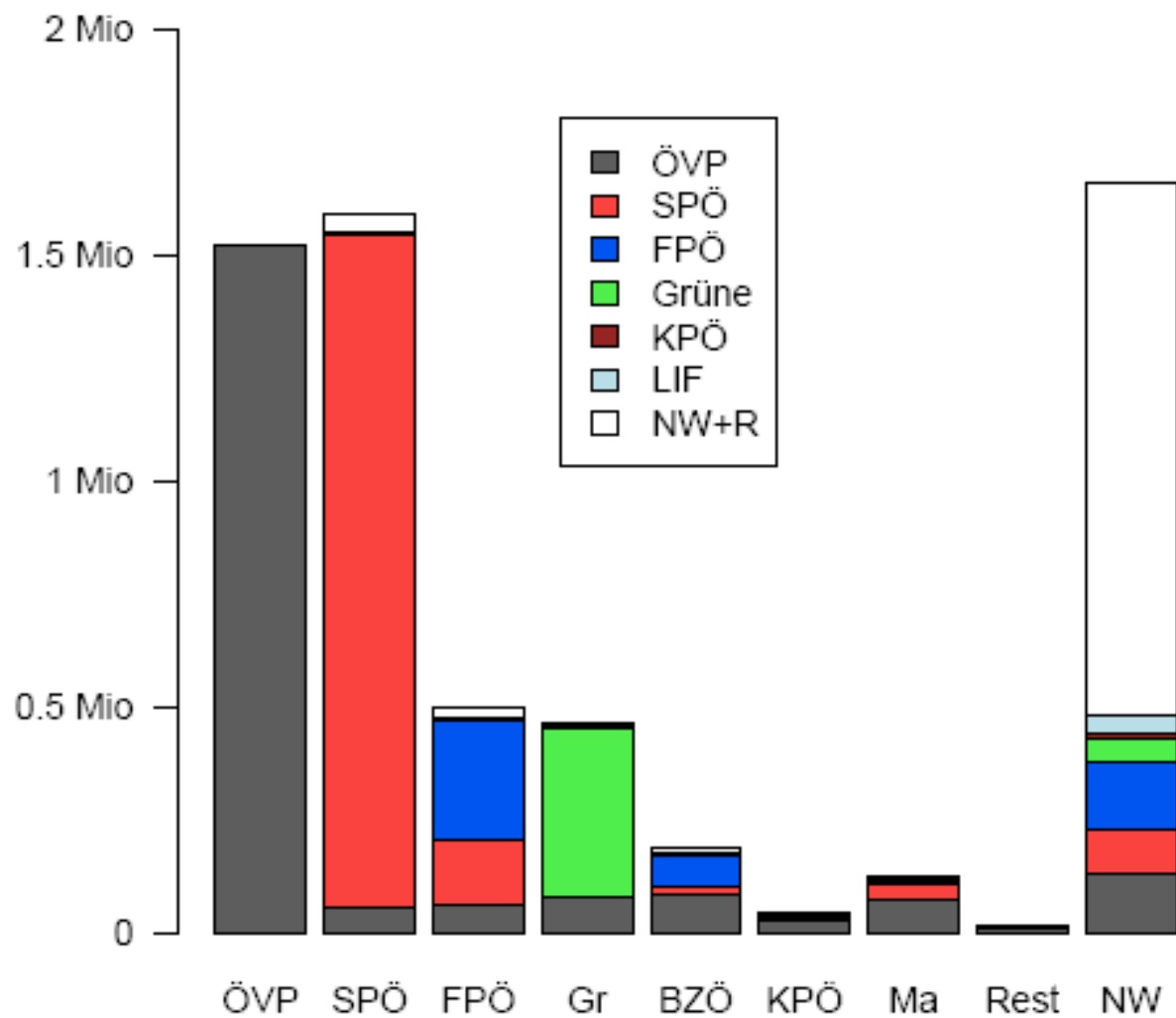
# Wählerströme

	ÖVP	SPÖ	FPÖ	Grüne	BZÖ	KPÖ	Martin	Rest	NW	Schw.
ÖVP	1523	55	65	78	84	30	73	11	132	10
SPÖ	0	1488	140	0	17	5	34	1	100	25
FPÖ	0	4	263	1	72	0	6	1	145	21
Grüne	0	0	3	377	0	0	1	0	53	11
KPÖ	0	0	2	1	3	6	4	0	12	14
LIF	0	0	5	4	0	0	1	0	37	18
NW+R	0	41	21	6	12	4	7	2	1178	15

## Verteilung der Stimmen



## Herkunft der Stimmen



# Links

---

n <http://sunsite.univie.ac.at/Austria/elections>